

エクイティプレミアム・パズルと 安全利子率パズルの新たな解決法*

——日本および米国データに基づく検証——

田村英朗・松林洋一

要旨

エクイティプレミアム・パズルと安全利子率パズルの問題は、家計の消費行動の全てを金融資産収益率のみで説明しようとする事による欠落変数バイアスの問題であると考えられる。日本および米国のこれまでの実証研究では、時間分離可能なCRR A型効用関数の下でのC-CAPMの成立は棄却されてきた。本稿では、家計消費の新たな説明変数として不確実性を考慮するオイラー方程式を定式化することにより、標準的なCRR A型効用関数の下でも、両パズルが理論的・実証的に解決可能であることを明らかにする。

1 はじめに

経済主体の消費・貯蓄行動の本質は、異時点間にわたる選択の決定メカニズムとして理解することができる。したがって、どのような資産に貯蓄を配分するのかという資産選択の問題も、必然的に異時点間の消費決定と整合的な形で考察されることになる。ここにわれわれは、1980年代以降の「消費に基づく資産価格モデル」(Consumption-based Capital Asset Pricing Model (C-CAPM))の興隆と発展を見ることになる。C-CAPMの成立可能性を巡る考察は多岐にわたるが、その中心的な課題は、資産選択を考慮した通時的な消費決定の枠組みにおいて、経済主体の安定的な嗜好構造(主観的割引率や相対的危険回避度など)を定量的に析出することができるか否かという点に要約できる。同テーマの検証の嚆矢は、Hansen and Singleton (1982)であり、消費の確率的オイラー方程式を構成する主観的割引率と相対的危険回避度という構造パラメータの推計が行われてきた。その後の分析では、データの拡張(消費系列や資産項目の多様化)、標本周期の変更、関数形の改良など様々な試みがなされたが、必ずしもすべての分析結果が安定的なパラメータ値を得るには至っていない。この実証上の難点は、所謂「エクイティプレミアム・パズル」、「安全利子率パズ

* 本稿は日本金融学会2014年度秋季大会(於山口大学)における報告論文“A New Solution to the Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle: Theory and Evidence”に加筆・修正を加えたものである。同大会の報告では、討論者の森澤龍也先生(流通科学大学)ならびに座長の千田隆先生(広島大学)より大変貴重なコメントとご示唆を頂いた。また、田中康秀先生・羽森茂之先生(神戸大学)、小塚匡文先生(流通科学大学)には大変有益なご助言を賜った。また、匿名の2名の本誌レフェリーならびに編集委員長の櫻川昌哉先生、編集委員の北坂真一先生によるコメントは本稿の内容を改善する上で極めて有益であった。ここに記して感謝申し上げます。

ル」として注目されてきたが、未だに説得的な解決が提示されているとは言い難い。本分析では、2つのパズルの発生要因は、オイラー方程式における欠落変数バイアスにあることに注目している。具体的には家計の直面する不確実性を明示的に考慮し、不確実性を内包した確率的オイラー方程式を特定化することによって、安定的かつ妥当な構造パラメータを得ることが可能であることを、日本・米国のデータ系列を用いて確認している。

本稿の構成は以下の通りである。第2節では2つのパズルを巡る先行研究を紹介し、従来試みられてきたパズルの解決法を展望するとともに、本分析における新たな解決法の概要を説明する。第3節では不確実性下における消費のオイラー方程式を導出する。第4節では以降の分析を進めるための前提を導入するとともに、計測の対象となる消費のオイラー方程式を定式化する。更に、日本・米国の実質消費成長率、実質資産収益率および不確実性指標を用いて、従来型のモデルおよび本稿で開発したモデル（以下、不確実性モデルという）の相対的危険回避度および主観的割引率の数値計算を行い、不確実性モデルによってエクイティプレミアム・パズルと安全利子率パズルが同時に解決可能であることを示す。第5節では本稿で得られた知見が結論としてまとめられている。¹⁾

2 先行研究の展望と本分析の特徴

2.1 先行研究におけるパズルの提起と解決方法

Mehra and Prescott (1985) は1890年から1979年までの米国の株価指数収益率、財務省証券収益率および消費成長率の年次標本により、時間分離可能な CRRA 型効用関数の下で導かれる理論値が、株価指数および財務省証券の平均収益率の差（エクイティプレミアム）のごく一部しか説明できないことを指摘した。この矛盾は「エクイティプレミアム・パズル」と呼ばれている。加えて、Weil (1989) は Krepes-Porteus 型選好を用いて、非 i.i.d. 配当成長過程の下で、CRRA 型選好を特定し ($\rho = \gamma$), $\beta = 0.98$, $\gamma = 20$, $1/\rho = 0.05$ の場合に現実に近い 6.37% のリスクプレミアムを得るが、そのときの安全利子率は 15.01% の高い値となることを指摘した。この矛盾は「安全利子率パズル」と呼ばれている。

上記のパズルは経済理論がデータを説明できない典型例とされており、これまでに多くの解決策が提示されてきたが、Mehra and Prescott (2003) の回顧的考察において、双方のパズルの解決策としての評価があるものは、代替的選好構造（非時間分離可能型 (time non-separable) および習慣形成）の導入に限られており、その概要は以下の通りである。

まず、非時間分離可能型モデルは相対的危険回避度と異時点間の代替弾力性の間の厳格な逆数関係を緩和し、それぞれを分離させた Krepes-Porteus 型効用関数を導入するものであり、その代表的なものには Epstein and Zin (1989, 1991) がある。

次に、習慣形成は過去の習慣的消費もしくは隣人の消費と現在の消費の相対的なポジション（内部的習慣もしくは外部的習慣）によって効用が決定されると考えるものであり、その代表的なものとして Constantinides (1990) の内部的習慣モデル、Campbell and Cochrane (1995) の差分型の内部的習慣モデルに景気後退の可能性を組み込むモデル、Abel (1990) の外部的習慣モデルが挙げられる。

一方、日本における検証例は、Hansen and Singleton (1982) に従って日本で最初に時間分離可

1) 近年では GMM 等による検証に加え、Hansen and Jagannathan (1991, 1997) のテストを総合した検証が必須となっているが、紙面の都合上、後者は別稿にて扱うものとする。

能な CRRA 型効用関数の下で検証した Hamori (1992) があり、米国とは異なり日本の資産収益率は C-CAPM により説明可能であると結論付けたが、谷川 (1994)、岩田・下津 (1996) はこれに否定的な見解を述べている。Hansen-Jagannathan による変動境界テスト (1991) および特定化テスト (1997) の提示以降は、GMM による推計結果とこれらのテストを総合して判断する傾向が強まっており、このような視点から分析を行ったものとして堀 (1996)、Baba (2000)、祝迫 (2001) がある。

2.2 本分析の着想

従来型の検証では、消費行動を規定する要因は金融資産収益率のみであるが、この情報量の少なさがパラメータの推計量に欠落変数バイアスを生じさせ、パズル現象を引き起こしていると考えられる。そこで、本分析では予備的貯蓄モデル、その中でも特に Skinner (1988) に注目してこの問題を理論的・実証的に解決することを意図している。ここで予備的貯蓄とは Leland (1968) により導入された不確実性に備えて行われる家計の貯蓄の概念であり、以降、Blanchard and Mankiw (1988)、Kimball (1990)、Caballero (1991) 等によって発展したものである。現代マクロ経済学の理論では $U'' > 0$ の下で将来が不確実な場合の限界効用の期待値が不確実性がない場合の限界効用を上回ることにより、異時点間無差別曲線の限界代替率が低下し、将来に消費した方が動学的に最適化された効用が高くなるため、現在の消費が抑制される（現在の貯蓄が増加する）現象として説明される。

将来が不確実な場合の限界効用の期待値が不確実性がない場合の限界効用を上回る割合（以下、不確実性プレミアム比率という）について、Skinner (1988) は将来 (i 歳時) の金融資産 W_i と年齢・職業の状態変数 S_i に依存する価値関数 $J(W_i, S_i)$ を用いる動的計画モデルの下で金融資産 W_i 1 単位当たりのリスクプレミアムの大きさと不確実性プレミアム比率はともに効用関数の湾曲度と変動係数（不確実性の大きさ ÷ 金融資産の期待値）によって定まり、不確実性プレミアム比率は CRRA 型効用関数の下で具体的に $1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)\sigma_w^2$ （但し、 γ は相対的危険回避度、 σ_w^2 は変動係数の二乗値 ($\sigma_w^2 = \text{Var}(W)/(\bar{W})^2$: \bar{W} は金融資産の期待値)）によって与えられることを示した。²⁾ すなわち、不確実性下に一般化された世界の下では、限界効用が不確実性プレミアムを持つことにより、消費という被説明変数に対し、家計にとっての不確実性という新たな説明変数が効用関数側において加わることを意味する。この Skinner (1988) の不確実性プレミアム比率を含む限界効用の下で不確実性を説明変数に含む消費のオイラー方程式を定式化し、従来の資産収益率と家計にとっての不確実性の 2 つの説明変数の下でパラメータ推計を行えば、従来、不確実性を省略してきたことによる推計上のバイアスが吸収されるため、消費のオイラー方程式とデータの不整合の問題を解決できると考えるものである。

3 モデル

将来の雇用・収入環境の変化等に伴い発生する消費の不確実性を消費の平均値に対する変動幅の割合（以下、不確実度という）により表すものとする。このとき、将来の消費水準に関する不確実性がある場合の個人の期待限界効用関数は、[補論 A] の (a-5) 式を微分して整理することにより以下のように不確実性プレミアム比率を含む形で表される。³⁾

2) 金融資産 W_i 1 単位当たりのリスクプレミアムの大きさは Skinner (1988) P.241(6)式より $(\bar{W} - \bar{W})/\bar{W}$ の計算結果を参照。また、不確実性プレミアム比率は Skinner (1988) P.241(7)式とその但し書きを参照。

$$U^{*'}(C_t) = C_t^{-\gamma} [1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2 - \gamma h'(C_t)CV_t] \quad (1)$$

ここで、 C_t は個人の t 期における実質消費の平均値、 CV_t^2 は t 期における消費の不確実度の二乗値： $CV_t^2 = (h_t/C_t)^2$ を表し、 $h_t = h(C_t)$ (但し、 $h'(C_t) > 0$) は経済諸変数が総資産への影響を通して消費に及ぼす変動幅を表したものである。また、 γ は一定の相対的リスク回避度を表すパラメータである。⁴⁾

(1)式より、不確実性下における個人の期待限界効用は従来モデルの期待限界効用に不確実性プレミアム比率 $[1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2 - \gamma h'(C_t)CV_t]$ を乗じたものとなり、その第2項は不確実度の上昇による予備的貯蓄効果を表すが、第3項は $h'(C_t)$ の大きさに応じて不確実度の上昇が予備的貯蓄効果の削減効果を持つことを表している。

不確実性下における個人の期待効用関数 ((a-5) 式) を用いた異時点間の最適消費モデルは以下のように設定される。

$$\max E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i U^*(C_{t+i}) \right] \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^N q_{jt} A_{j,t+1} + C_t = \sum_{j=1}^N (q_{jt} + d_{jt}) A_{jt} + Y_t \quad (3)$$

ここで、 β は主観的割引率 ($0 < \beta < 1$)、 q_{jt} は t 期における第 j 資産の価格 ($j=1, 2, \dots, N$)、 d_{jt} は t 期における第 j 資産から得られる配当 ($j=1, 2, \dots, N$)、 A_{jt} は t 期における第 j 資産の保有量、 Y_t は t 期における非資産所得、 $E_t[\cdot]$ は時点 t において利用可能な情報に基づく条件付き期待値演算子である。

前記の最適化問題を解くことにより以下の最大化の1階条件が得られる。

$$E_t \left[\beta \frac{U^{*'}(C_{t+1})}{U^{*'}(C_t)} \left(\frac{q_{j,t+1} + d_{j,t+1}}{q_{jt}} \right) \right] - 1 = 0 \quad (4)$$

第 j 資産の収益率 $r_{j,t+1}$ は $r_{j,t+1} = (q_{j,t+1} + d_{j,t+1})/q_{jt} - 1$ にて定義されるため、(4)式における $(q_{j,t+1} + d_{j,t+1})/q_{jt}$ は $(1 + r_{j,t+1})$ に置き換えることができる。したがって、これを置き換え、更に(1)式を(4)式に代入して整理することにより、CRRA型効用関数の下での不確実性下における個人の消費のオイラー方程式は以下の通り表される。

$$E_t \left[\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \frac{1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_{t+1}^2 - \gamma h'(C_{t+1})CV_{t+1}}{1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2 - \gamma h'(C_t)CV_t} (1 + r_{j,t+1}) \right] - 1 = 0 \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

4 日本および米国の不確実性指標を用いた実証分析とパズルの解決

4.1 不確実性下の消費のオイラー方程式の導出

(5)式に含まれる $h'(C_t)$ の影響を判断するため、 h_t と C_t の関係を考察すると、 h_t は経済諸変数が総資産への影響を通して消費に及ぼす変動幅であるが、 C_t は不確実性の下で消費がとる2つの値

3) Skinner (1988) では効用関数のCRRA型の仮定 ($dy/dw_2=0$) より $J''/J' = \gamma(1 + \gamma)/(W_2)^2$ を導き、これを限界効用の確実性等価の関係式に代入する方法を用いるが、本分析では不確実性による効用水準の低下幅の関係式 $\rho(C_t, h_t)$ を導出し、確実性下のCRRA型効用関数よりこれを差し引いて得られる不確実性下の個人の期待効用関数を微分するオーソドックスな方法により同様の結果を導いている ([補論A]参照)。また、本分析では $h_t = h(C_t)$ (但し、 $h'(C_t) > 0$) を想定するため、不確実性プレミアム比率は $h'(C_t)$ を含む形で導出される。

4) ことこの C_t は Romer (1996) 第7章の図7.3に見られるような不確実性の下で消費がとる2つの値 (C_t^A と C_t^B)の平均値 $(C_t^A + C_t^B)/2$ を表し、 h_t はこの平均値から見た $C_t^A \cdot C_t^B$ それぞれへの変動幅を消費の不確実性の度合いとして表すものである。

$(C_t^A \text{と} C_t^B)$ の平均値 $(C_t^A + C_t^B)/2$ であり、トレンドとしてゆるやかに上昇する消費の平均値 C_t とこれと連動しながらも激しく変動する変動幅 h_t の関係となる。したがって、実際のデータで両者の散布図を取ると一見して無相関な散布図が得られ、その散布図の下で回帰分析を行うと、そこから得られる回帰係数はほとんど 0 に近い値となること、すなわち、 $h'(C_t) \cong 0$ であることが想定される。

そこで、本分析で取り扱うデータ (1987/02~2014/12) の日本・米国の 1 人当たり実質消費系列を Hodrick-Prescott フィルターにかけ、サイクル成分の絶対値を被説明変数 (h_t)、トレンド成分 (C_t) を説明変数として、回帰式 $h_t = \alpha + \beta C_t + \mu_t$ を推定したところ、日本・米国共に $\beta = dh_t/dC_t$ はかなり小さな値となっている。⁵⁾

以上の考察より、本稿では本分析のデータの範囲に限り、 $h_t = h(C_t)$ につき、 $h'(C_t) > 0$ であるが、同時に $h'(C_t) \cong 0$ であるとの前提の下で分析を進めるものとする。

この前提の下では、(1) 式の不確実性プレミアム比率は $1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2$ となり、Skinner (1988) と同様の形で表現される。また、これに指数関数のテイラー展開公式の 1 次近似を用いて変形すると $1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2 \cong \exp[0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2]$ を得るため、(5) 式の間項は以下のように変形可能となる。

$$\frac{1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_{t+1}^2}{1 + 0.5(\gamma + \gamma^2)CV_t^2} \cong \left(\frac{\exp(CV_{t+1}^2)}{\exp(CV_t^2)} \right)^{0.5(\gamma + \gamma^2)}$$

変形後の中間項を (5) 式に適用すると、消費のオイラー方程式は以下のようになり、消費の不確実度の二乗値の指数関数の成長率が説明変数に加わるとともに、相対的危険回避度の係数 $0.5(\gamma + \gamma^2)$ が消費の不確実度成長率の指数として掛かる形となる。

$$\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\exp(CV_{t+1}^2)}{\exp(CV_t^2)} \right)^{0.5(\gamma + \gamma^2)} (1 + r_{t+1}) = 1 \quad (6)$$

本分析では、この消費成長率・資産収益率および消費の不確実性指標 (不確実度) 成長率の 3 変数を説明変数として定式化された不確実性下の消費のオイラー方程式を計測対象として分析を行うものとする。

(6) 式で定式化された不確実性モデルを [補論 B] の従来モデルの (a-7) 式・(a-8) 式と同様に表現すると以下ようになる。

$$E[(1+r^i)(1+g^c)^{-\gamma}(1+g^{eCVSQ})^{0.5(\gamma+\gamma^2)}] = 1 + \rho \quad (7)$$

$$E[r^i] - \bar{r} \cong \gamma \text{Cov}(r^i, g^c) - 0.5(\gamma + \gamma^2) \text{Cov}(r^i, g^{eCVSQ}) \quad (8)$$

但し、 $g^{eCVSQ} = (\exp(CV_{t+1}^2)/\exp(CV_t^2)) - 1$ であり、時間の添字は省略されている。

ここで (8) 式を相対的危険回避度 γ の関数として書き換えると以下ようになる。

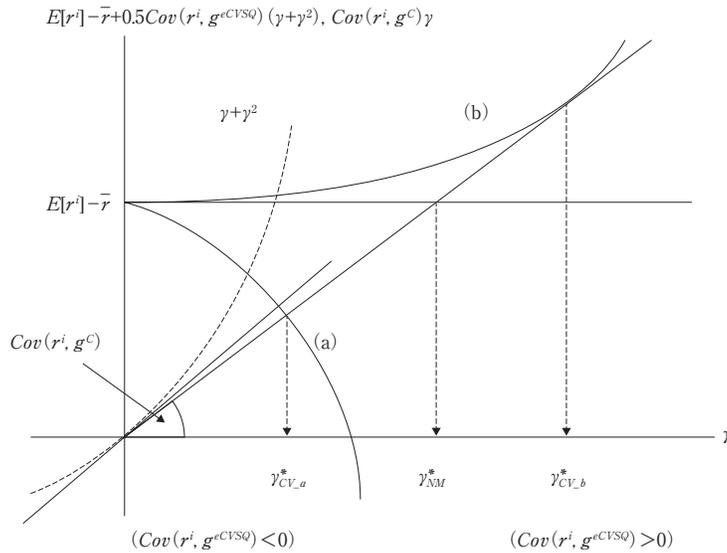
$$\text{Cov}(r^i, g^c) \gamma \cong E[r^i] - \bar{r} + 0.5 \text{Cov}(r^i, g^{eCVSQ})(\gamma + \gamma^2) \quad (9)$$

また、(9) 式において $\text{Cov}(r^i, g^{eCVSQ}) = 0$ を適用すると、従来モデルの相対的危険回避度の決定式 ((a-8) 式) と同じ以下の式を得る。

$$\text{Cov}(r^i, g^c) \gamma \cong E[r^i] - \bar{r} \quad (10)$$

5) 具体的には、日本・米国の推定値はそれぞれ 0.017 (0.025)、0.004 (0.003) となった (() 内の値は推定値の標準誤差)。

図1 相対的危険回避度の決定 (従来モデル・不確実性モデル)



4.2 エクイティプレミアム・パズルの解決

いま、正常な市場において観察される正のエクイティプレミアムの下で、資産収益率・消費成長率間の共分散が正、資産収益率・消費の不確実性指標（不確実度）成長率間の共分散が正または負である場合の従来モデルと不確実性モデルの相対的危険回避度の決定関係を(9)式・(10)式に基づき図示すると図1のようになる。

同図において、従来モデルの相対的危険回避度は(10)式左辺の $Cov(r^i, g^c)$ の傾きを持つ直線が $E[r^i] - \bar{r}$ のエクイティプレミアムと一致する γ_{NM}^* の水準で決定される。一方、不確実性モデルの相対的危険回避度は、 $\gamma > 0$ の範囲においては $\gamma + \gamma^2$ は単調増加関数となることにより、資産収益率・消費の不確実性指標（不確実度）成長率間の共分散が負の場合には、(9)式の右辺は(a)のような切片 $E[r^i] - \bar{r}$ からの右下がりの曲線となり、これが(9)式左辺の $Cov(r^i, g^c)$ の傾きを持つ直線と交わる $\gamma_{CV,a}^*$ の水準で決定されることとなる。また、資産収益率・消費の不確実性指標（不確実度）成長率間の共分散が正の場合には、(9)式の右辺は(b)のような切片 $E[r^i] - \bar{r}$ からの右上がりの曲線となり、これが(9)式左辺の $Cov(r^i, g^c)$ の傾きを持つ直線と交わる $\gamma_{CV,b}^*$ の水準で決定される。

エクイティプレミアム・パズルの問題は、エクイティプレミアムの水準に対し、現実のデータから得られる資産収益率・消費成長率間の共分散が非常に小さいため、(10)式から得られる相対的危険回避度の水準 γ_{NM}^* が通常考えられる範囲（10以内）を超えて異常に大きな値となることを指摘するものである。しかしながら、この場合においても、(9)式を用いる不確実性モデルでは、資産収益率・消費の不確実性指標（不確実度）成長率間の共分散が大きな負の値をとる場合には γ_{NM}^* よりも大幅に低い $\gamma_{CV,a}^*$ の水準で相対的危険回避度を決定できるため、従来モデルと比較して推計結果を大幅に改善することが可能となる。

(9)式を γ について解くことにより不確実性モデルの相対的危険回避度の決定水準は以下のよう

$$\gamma_{CV}^* \cong \frac{2(\sigma_{ic} - 0.5\sigma_{iv}) \pm \sqrt{4(\sigma_{ic} - 0.5\sigma_{iv})^2 - 8\sigma_{iv}(E[r^i] - \bar{r})}}{2\sigma_{iv}} \quad (11)$$

但し、 $\sigma_{ic} = Cov(r^i, g^c)$ 、 $\sigma_{iv} = Cov(r^i, g^{ecvSQ})$ である。

(11)式における判別式 $D = 4(\sigma_{ic} - 0.5\sigma_{iv})^2 - 8\sigma_{iv}(E[r^i] - \bar{r})$ より、正のリスクプレミアムの下で相対的危険回避度の解を得るための条件は $\sigma_{iv} = Cov(r^i, g^{ecvSQ}) \leq 0$ であり、資産収益率が上昇すると不確実性が低下し、資産収益率が低下すると不確実性が上昇するような不確実性指標が選択されることが、不確実性モデルの解を得るための前提となる。

4.3 安全利子率パズルの解決

(a-16)式へ $\rho = (1/\beta) - 1$ を代入し、主観的割引率 β に関して解くと以下の式を得る。

$$\beta \cong 1 / (1 + E[\bar{r}] - \gamma E[g^c] + 0.5(\gamma + \gamma^2)\sigma_c^2 + 0.5(\gamma + \gamma^2)E[g^{ecvSQ}] + 0.25(\gamma + \gamma^2)\{0.5(\gamma + \gamma^2) - 1\}\sigma_v^2 - 0.5\gamma(\gamma + \gamma^2)\sigma_{cv}) \quad (12)$$

但し、 $\sigma_c^2 = Var(g^c)$ 、 $\sigma_v^2 = Var(g^{ecvSQ})$ 、 $\sigma_{cv} = Cov(g^c, g^{ecvSQ})$ である。

(12)式へ(11)式により決定された γ_{cv}^* と各変数の平均値、分散・共分散を代入することにより不確実性モデルの主観的割引率が求められる。

従来モデルの主観的割引率は(a-11)式により表されるが、同式の分母第4項の消費分散 σ_c^2 の実測値が小さい場合、分母第3項のマイナスの影響により分母が小さくなるため、主観的割引率の理論値が上昇し、それを解消しようとする分母第2項の安全利子率の期待値 $E[\bar{r}]$ を大きく引上げるをえなくなるため、安全利子率パズルが発生する。これに対し、不確実性モデルでは主観的割引率は(12)式により表され、分母に2つのプラス項が追加されることにより、安全利子率の期待値 $E[\bar{r}]$ にかかる上昇負荷が緩和されるため、安全利子率パズルを解消することが可能となる。

4.4 使用データ

相対的危険回避度、主観的割引率の計算に用いる使用データは、実質消費成長率（日本：家計調査年報（全国・全世帯ベース）[出所：総務省]のセンサス法（X11）による季節調整値、米国：NIPA Table 2.8.5（季節調整済み）[出所：Bureau of Economic Analysis]）、実質資産収益率（日本：危険資産＝東証第一部（JSRI）株価指数（1987年1月～2009年12月）および配当込み TOPIX（2010年1月～2014年12月）、安全資産＝東証国債先物利回り（10年）、米国：危険資産＝株式 S&P 500 Index、安全資産＝3-Month Treasury Bill: Secondary Market Rate）および不確実性指標の各月次データで、期間は日本・米国ともに1987年2月から2014年12月までである。⁶⁾なお、実質消費は日本は家計調査年報の消費支出より耐久財消費支出を除いた非耐久財消費支出を、米国は1人当たりの非耐久財 Nondurable goods (ND) とサービス Services の合計額をそれぞれ用いている。⁷⁾

不確実性指標データは日本・米国それぞれ以下の指標を使用している。

日本：完全失業率 (CV1_JP)

米国：ミシガン大学消費者信頼感指標 UMCSENT の逆数 (CV2_US)⁸⁾

6) 東証第一部 (JSRI) 株価指数は2013年以降、公表休止となったため、計測期間の途中で配当込み TOPIX に切り替えている。なお、両者の収益率はほぼ等しい。

7) 日本の安全資産は本来、短期国債利回りを採用すべきである。しかしながら、(11)式の判別式 $D = 4(\sigma_{ic} - 0.5\sigma_{iv})^2 - 8\sigma_{iv}(E[r^i] - \bar{r})$ より、不確実性モデルの相対的危険回避度が解を得るためには、リスクプレミアム $(E[r^i] - \bar{r})$ の符号が正または負で安定的に推移する必要がある。バブル崩壊後の日本では安全資産が0%の利回りの下限を持つ一方、株式収益率は利回りの下限がないため、リスクプレミアムはおおむねマイナスとなるが、安全資産が短期国債利回りの場合、時期によってはその平均収益率が株式の平均収益率を下回り、正のリスクプレミアムが生じる結果、相対的危険回避度の計算に支障が生じる場合がある。したがって、本稿では、期間プレミアムがあり、このような平均収益率の下回りが生じない長期の国債利回りを採用することにより、特殊な状況下での相対的危険回避度の計算の安定化を図っている。

4.5 データの加工方法

不確実性指標には、本来、消費の不確実度を計測したものをを用いるべきであるが、日本・米国とも消費の不確実度を直接記述する統計データは存在しない。しかしながら、日本では密接な関係にある代替指標として国民生活基礎調査に基づき年次ごとの所得変動係数が計算可能である。そこで、同調査を用いて計算された所得変動係数を3次スプライン関数で非線形近似補間することにより作成された月次の所得変動係数の平均値 (0.5954)・標準偏差 (0.00628) に合わせて、不確実性指標 (CV1_JP) の平均値・標準偏差を基準化する処理を行っている。⁹⁾

一方、米国では消費の不確実度と密接な関係にある代替指標を用いて不確実性指標の規模を推計することができない。そこで、代替的に成長率計算前の不確実性指標の平均値 (規模) が0.1, 0.3, 0.5の3通りのケースを考察するものとし、不確実性指標の平均値を求めた後、平均値が0.1, 0.3, 0.5となるように不確実性指標の値を単純倍率調整した系列を作成し、それを用いて各ケースの成長率を計算している。¹⁰⁾

また、不確実性指標データは、定常性確保のため、日本・米国とも CV 系列へ Hodrick-Prescott フィルター ($\lambda = 14400$) を掛け、トレンド除去後のサイクル成分のみによる系列 (以下、CV_C 系列という) を取り出した後、CV 系列の1987年1月の値を初期値として、これに CV_C 系列を加えて得られる系列を使用している。¹¹⁾

4.6 不確実性指標の推移

計測期間について、期初を100とする日本・米国の不確実性指標の推移を表すと図2・図3のようになる。なお、同図のシャドーは景気後退期を表している。

日本・米国とも景気後退期に不確実性指標が上昇していることが確認される。一方、景気回復期については日本において下降トレンドの動きは見られるものの、米国においては関係性を明確に見い出せない状況である。そこで、日本・米国それぞれについて、景気動向指数と不確実性指標との相関係数を求めると表1のようになる。同表より日本・米国とも不確実性指標と景気動向指数の相関係数は大きな負の値をとることより、各不確実性指標は景気後退時に上昇傾向を持ち、景気回復時に下降傾向を持つことが確認される。

なお、日本では月次の所得変動係数の平均値・標準偏差に合わせて CV 系列を基準化したため、変動の振幅は少ないが、このような調整を行わない米国では変動の振幅がより大きいものとなって

8) 予備的貯蓄に関する先行研究で使用される所得不確実性の代理変数はおおむね次の a~c の3タイプに分類されるが、本稿ではこのうちの b・c を採用している。

a. 所得リスク系列として所得の分散を用いるもの: Dardanoni (1991), 小川 (1991) 他

b. 雇用リスク系列として雇用環境指標 (失業率, 有効求人倍率等) の期待値を用いるもの: 土居 (2004), Mody, Ohnsorge and Sandri (2012) 他

c. 消費者信頼感指数を用いるもの: Ludvigson (2004), Kennickell and Lusardi (2004)

なお、土居 (2004) は雇用環境指標 (失業率, 有効求人倍率等) の期待値を用いる理由として、全ての家計が雇用情勢が将来悪化するという認識で一致すれば、予測の分散は小さくなるにもかかわらず、雇用リスクは増大する (予備的貯蓄は増加する) こととなるため、分散は貯蓄率の動きに対し説明力を持たないことを挙げている。

9) 本来であれば、国民生活基礎調査に基づき作成された月次の所得変動係数はそのまま不確実性指標として用いるべきであるが、同指標の下では σ_{it} が平均的にマイナスとなるため、(11)式に基づく相対的危険回避度の計算値を得ることができなかった。しかしながら、その平均値・標準偏差は日本における所得不確実性の規模の実際の計測結果とみなせるため、他の不確実性指標を基準化するための指標として採用している。なお、不確実性指標の基準化は以下の式を用いて行っている。

不確実性指標の基準化後の値 = ((不確実性指標の基準化前の値 - 不確実性指標の平均) ÷ 不確実性指標の標準偏差) × 所得変動係数の標準偏差 + 所得変動係数の平均

10) 倍率調整の倍率は (0.1 (または0.3または0.5) ÷ 不確実性指標の平均値) となる。

11) 本分析のデータおよび計算する際のプログラムは執筆者を通じて利用可能である。

図2 日本の不確実性指標の推移 (CV1, 1987年2月=100)

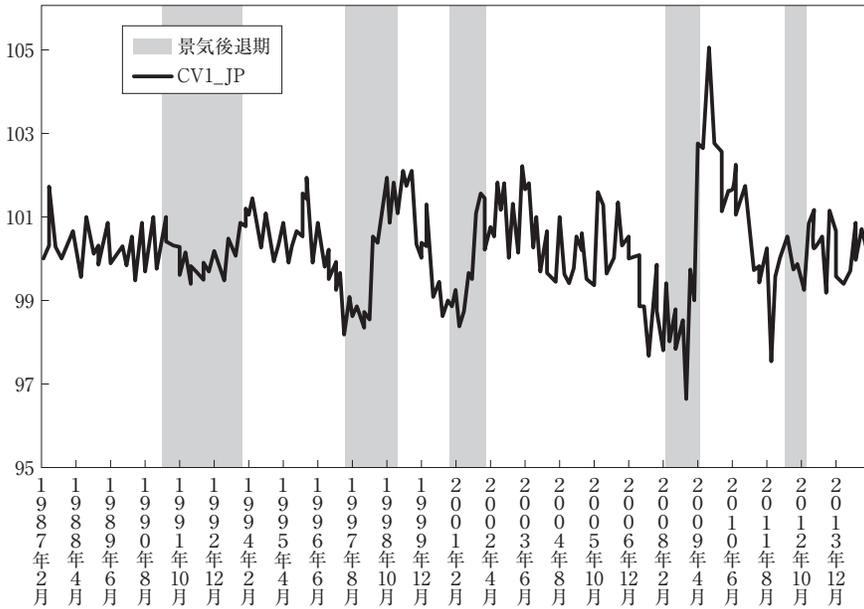
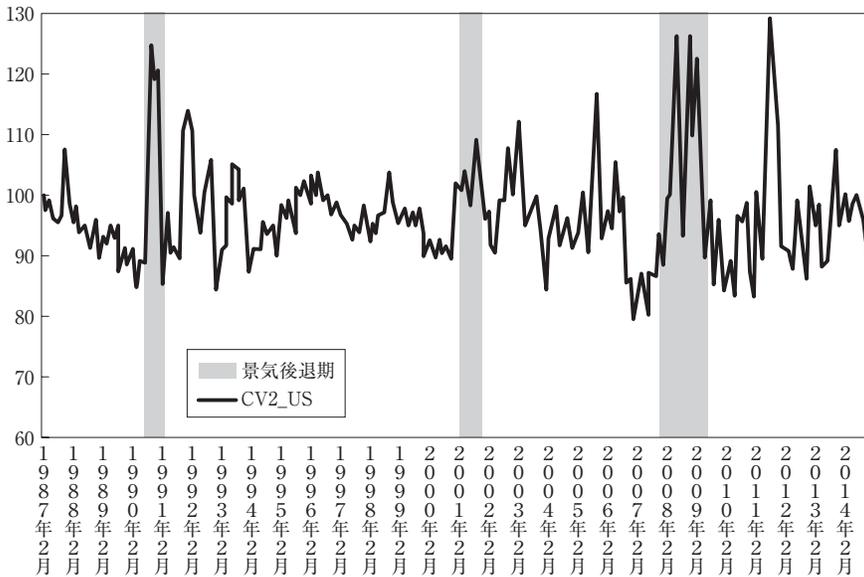


図3 米国の不確実性指標の推移 (CV2, 1987年2月=100)



いる。

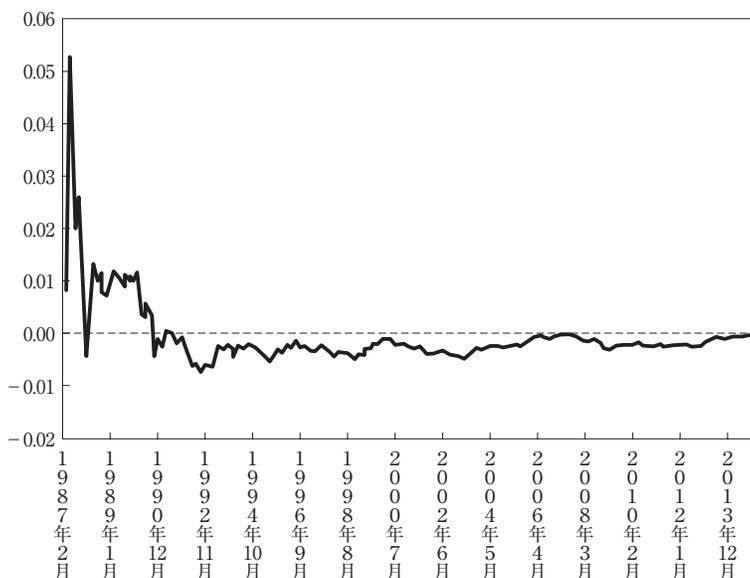
4.7 リスクプレミアムの推移

相対的危険回避度の計算にはリスクプレミアムの平均値が必要である。計測期間について計算期間の開始月を1987年2月に固定し、終了月を開始月の翌月から2014年12月までの各月として、1カ月ずつ増加する逐次標本期間において危険資産、安全資産それぞれの平均収益率を求め、前者より

表1 景気動向指数・不確実性指標間の相関係数
(1987年2月~2014年12月)

景気動向指数		不確実性指標	
		CV1_JP	CV2_US
日本	Composite Indexes (2010=100)一致指数	-0.448	—
米国	米国先行指標 (Leading Index)	—	-0.378

図4 日本の平均リスクプレミアムの推移 (1987年2月~各終了月)



後者を差し引くことにより計算した日本・米国のリスクプレミアムの平均値の推移を表すと図4・図5のようになる。

日本では、バブル崩壊後の株価の大幅下落により、1990年9月以降、1991年1月まで、および1991年6月以降の計測期間内の残り全期間において、株式の平均収益率が国債の平均収益率を下回り、安定的に負の平均リスクプレミアムが継続する状況となっている。

一方、米国では、1991年1月以降の計測期間内の残り全期間において、株式の平均収益率が国債の平均収益率を上回り、安定的に正の平均リスクプレミアムが継続する状況となっている。

4.8 相対的危険回避度・主観的割引率の計算結果

相対的危険回避度の計算は、計算期間の開始月を1987年2月に固定し、終了月を開始月の翌月から2014年12月までの各月として、1カ月ずつ増加する逐次標本期間において各変数の共分散およびリスクプレミアムの平均値を計算し、これらを(a-9)式へ代入することにより従来モデルの相対的危険回避度を、(11)式へ代入することにより不確実性モデルの相対的危険回避度をそれぞれ求めている。

また、主観的割引率の計算は、計算期間の開始月を1987年2月に固定し、終了月を開始月の翌月から2014年12月までの各月として、1カ月ずつ増加する逐次標本期間において各変数の平均値、分

図5 米国の平均リスクプレミアムの推移 (1987年2月~各終了月)

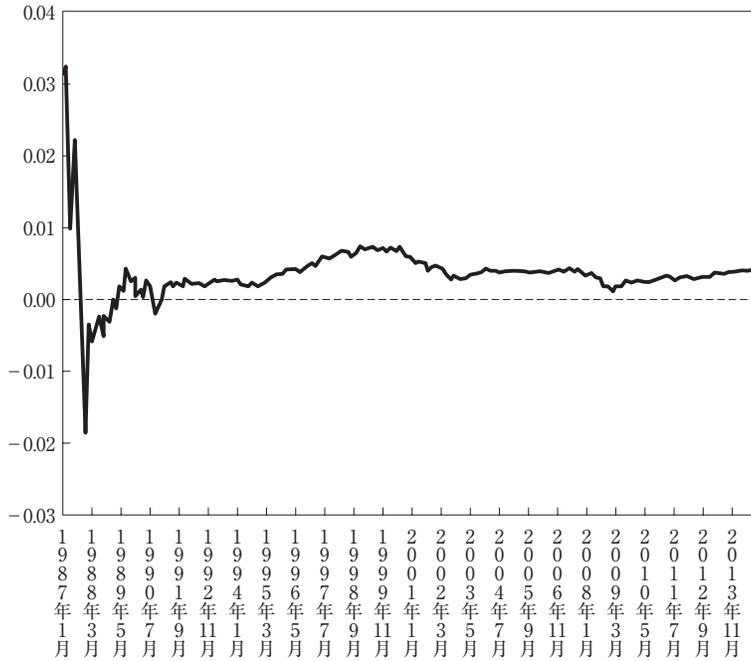


表2 各変数の記述統計量 (日本)

γ 計算

		σ_c	σ_v	RP
CV1_JP	最大値	0.0001269	0.0000577	-0.0002082
	最小値	-0.0000002	0.0000108	-0.0075680
	平均	0.0000421	0.0000282	-0.0026043
	標準偏差	0.0000308	0.0000092	0.0013946

β 計算

		E[r]	E[g ^c]	σ_c^2	E[g ^{ecvrsq}]	σ_v^2	σ_{cv}
CV1_JP	最大値	0.0030700	0.0029689	0.0003189	0.0001326	0.0000211	0.0000162
	最小値	0.0017088	0.0003542	0.0002103	-0.0001293	0.0000104	0.0000013
	平均	0.0024236	0.0010339	0.0002623	-0.0000035	0.0000156	0.0000042
	標準偏差	0.0003843	0.0005371	0.0000188	0.0000459	0.0000035	0.0000024

(注) CV1_JP : 完全失業率.

散および共分散を計算し、これらを従来モデルの相対的危険回避度の計算結果とともに (a-11) 式へ代入することにより従来モデルの主観的割引率を、同様に、不確実性モデルの相対的危険回避度の計算結果とともにこれらを (12) 式へ代入することにより不確実性モデルの主観的割引率をそれぞれ求めている。

この相対的危険回避度 (γ) および主観的割引率 (β) の計算に用いられる日本・米国の各変数の記述統計量を両国ともにエクイティプレミアムの符号が安定する1991年6月以降、2014年12月までの期間について不確実性指標ごとに整理して表すと表2・表3のようになる。なお、RP はリス

表3 各変数の記述統計量 (米国)

γ 計算

	σ_{ic}	σ_{iv} (0.1)	σ_{iv} (0.3)	σ_{iv} (0.5)	RP
CV2_US 最大値	0.0000255	-0.0000058	-0.0000524	-0.0001473	0.0073833
CV2_US 最小値	0.0000022	-0.0000209	-0.0001887	-0.0005292	0.0011019
CV2_US 平均	0.0000154	-0.0000107	-0.0000971	-0.0002732	0.0038602
CV2_US 標準偏差	0.0000075	0.0000031	0.0000283	0.0000799	0.0014422

β 計算

	E[r]	E[g ^c]	σ_c^2	E[g ^{ecvSQ}] (0.1)	E[g ^{ecvSQ}] (0.3)	E[g ^{ecvSQ}] (0.5)
CV2_US 最大値	0.0025312	0.0017618	0.0000127	0.0000526	0.0005272	0.0017635
CV2_US 最小値	0.0010089	0.0012260	0.0000070	-0.0000436	-0.0003351	-0.0006167
CV2_US 平均	0.0018360	0.0014914	0.0000085	-0.0000034	0.0000120	0.0002688
CV2_US 標準偏差	0.0004021	0.0001477	0.0000013	0.0000115	0.0001043	0.0002992
	σ_v^2 (0.1)	σ_v^2 (0.3)	σ_v^2 (0.5)	σ_{cv} (0.1)	σ_{cv} (0.3)	σ_{cv} (0.5)
CV2_US 最大値	0.0000016	0.0001279	0.0009860	-0.0000001	-0.0000011	-0.0000033
CV2_US 最小値	0.0000008	0.0000685	0.0005266	-0.0000009	-0.0000084	-0.0000233
CV2_US 平均	0.0000012	0.0000954	0.0007360	-0.0000003	-0.0000031	-0.0000087
CV2_US 標準偏差	0.0000003	0.0000212	0.0001665	0.0000002	0.0000016	0.0000043

(注) CV2_US: ミシガン大学消費者信頼感指標 UMCSSENT の逆数。

クプレミアムの平均値を表している。

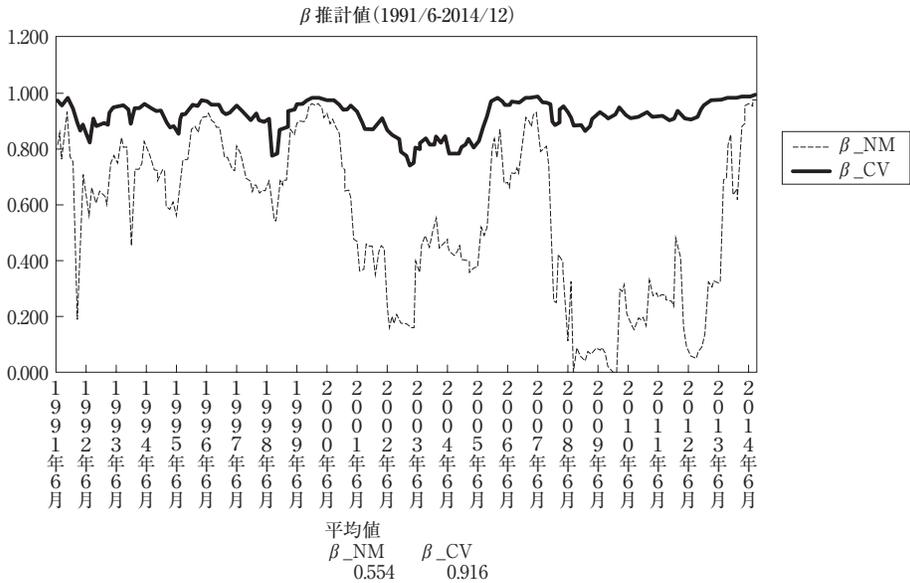
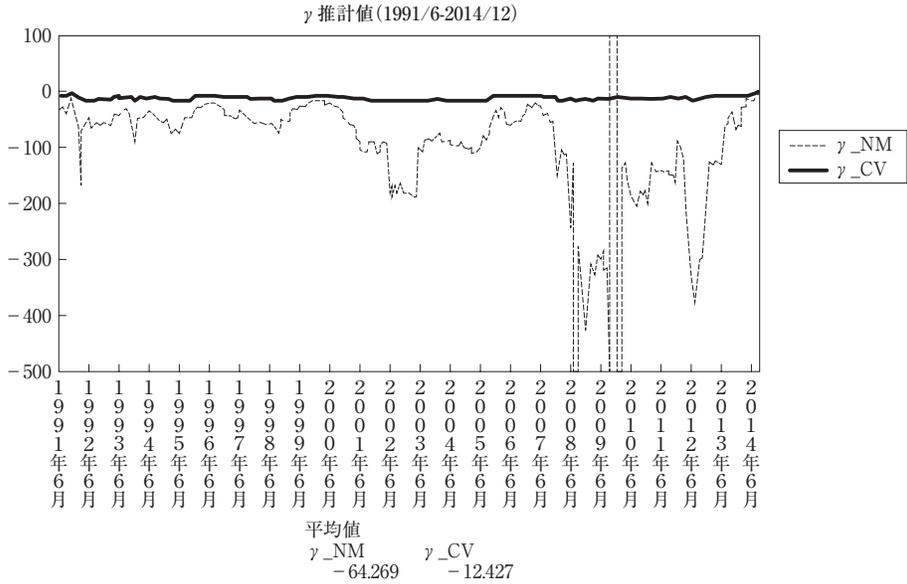
(11)式における判別式 $D=4(\sigma_{ic}-0.5\sigma_{iv})^2-8\sigma_{iv}(E[r_i]-\bar{r})$ より、日本の負のリスクプレミアムの下で相対的危険回避度の解を得るための条件は $\sigma_{iv}=Cov(r^i, g^{ecvSQ}) \geq 0$ であるが⁵、表2 (γ 計算) より日本の資産収益率・不確実性指標間の共分散 σ_{iv} の平均値は正となっており、平均的に実根条件が満たされていることが確認される。

また、同判別式より、米国の正のリスクプレミアムの下で相対的危険回避度の解を得るための条件は $\sigma_{iv}=Cov(r^i, g^{ecvSQ}) \leq 0$ であるが⁶、表3 (γ 計算) より米国の資産収益率・不確実性指標間の共分散 σ_{iv} の平均値は負となっており、平均的に実根条件が満たされていることが確認される。

そして、日本：完全失業率、米国：ミシガン大学消費者信頼感指標 UMCSSENT の逆数の各不確実性指標を使用した場合の相対的危険回避度・主観的割引率の計算結果を表したものが図6・図7であり、従来モデルおよび不確実性モデル（米国では不確実性指標の平均値を0.1, 0.3, 0.5とする場合）の相対的危険回避度（上段）・主観的割引率（下段）の計算結果の推移をグラフ表示している。なお、両国とも計算結果の表示期間はエクイティプレミアム安定後の1991年6月～2014年12月で統一しており、同グラフの下へ同期間の解の平均値を表示している。

図6より日本 (CV1_JP) の相対的危険回避度・主観的割引率の計算結果を概観すると、まず、相対的危険回避度については、従来モデルが平均で-64.269に対し、不確実性モデルが平均で-12.427となっており、不確実性モデルによる安定化効果が確認される。また、解の変動幅についても従来モデルが21184.339 (2010年1月) ～-11740.738 (2008年9月) と異常に大きく変動しているのに対し、不確実性モデルは-3.235～-19.861と変動幅が大幅に抑制されている。次に、主

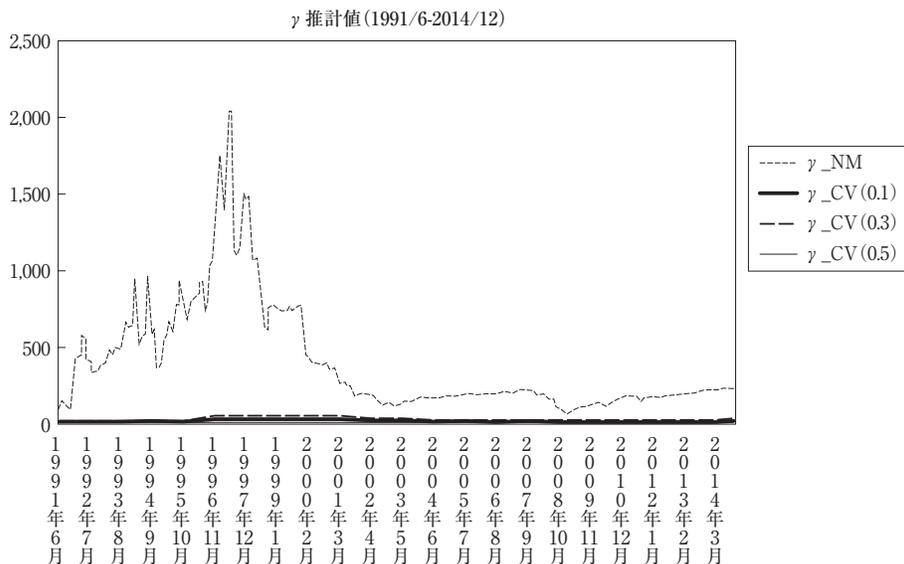
図6 日本の相対的危険回避度・主観的割引率の計算結果
(不確実性指標：完全失業率 CV1)



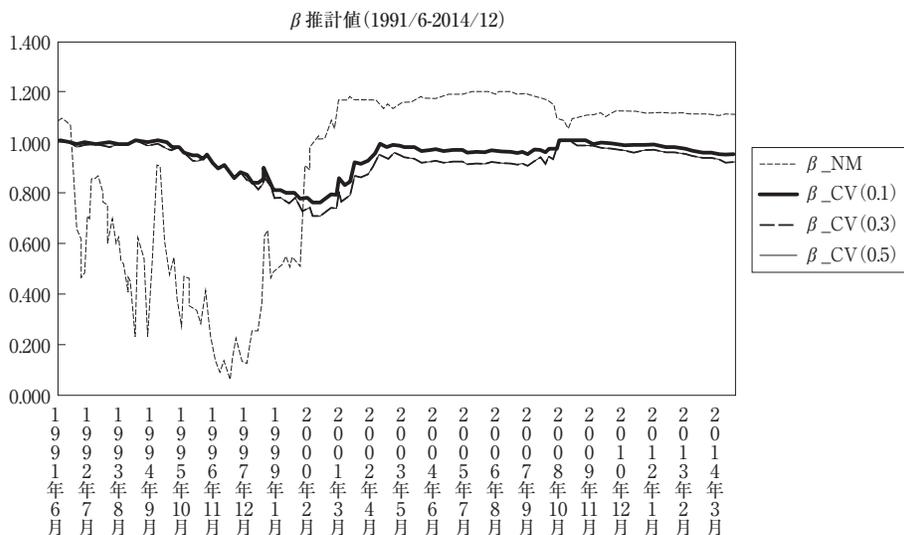
観的割引率については、従来モデルが平均で0.554に対し、不確実性モデルが平均で0.916となっており、不確実性モデルによる安定化効果が確認される。また、解の変動幅についても従来モデルが0.990~0.000と異常に大きく変動しているのに対し、不確実性モデルは0.995~0.739と変動幅が抑制されている。

また、図7より米国 (CV2_US) の相対的危険回避度・主観的割引率の計算結果を概観すると、まず、相対的危険回避度については、従来モデルが平均で393.066に対し、不確実性モデルが平均

図7 米国の相対的危険回避度・主観的割引率の計算結果
 (不確実性指標：ミシガン大学消費者信頼感指標 UMCSSENT の逆数 CV2)



平均値
 γ_{NM} 393.066 $\gamma_{CV(0.1)}$ 25.599 $\gamma_{CV(0.3)}$ 8.536 $\gamma_{CV(0.5)}$ 4.950



平均値
 β_{NM} 0.905 $\beta_{CV(0.1)}$ 0.949 $\beta_{CV(0.3)}$ 0.922 $\beta_{CV(0.5)}$ 0.917

で25.599~4.950となっており、不確実性モデルによる安定化効果が確認される。また、解の変動幅についても従来モデルが2038.541~44.622と異常に大きく変動しているのに対し、不確実性モデルは不確実性指標の平均値を0.5とする場合で、8.620~1.581と変動幅が大幅に抑制されている。次に、主観的割引率については、従来モデルが平均で0.905に対し、不確実性モデルが平均で0.949~0.917となっており、不確実性モデルによる安定化効果が顕著となっている。また、解の変

動幅についても従来モデルが1.206~0.065と異常に大きく変動し、かつ、2000年5月以降は1を超えて推移しているのに対し、不確実性モデルは不確実性指標の平均値を0.5とする場合で、0.999~0.690となっており、1を下回る水準でこれを平準化する動きをとるとともに、変動幅が抑制されている。

図6・図7より時間分離可能なCRRA型効用関数（従来モデル）の下での両パズルの発生状況を確認すると、日本では1987年2月~2010年1月のデータ期間においてパズルの規模が最大となり、米国では1987年2月~1997年5月のデータ期間においてパズルの規模が最大となる。そして、祝迫（2001）が指摘するように、日本においてもその規模は資産価格モデルとしてのC-CAPMが汎用性のないものであることを示唆している。

しかしながら、図6・図7の不確実性モデルの結果は、同じCRRA型効用関数の下でも、不確実性を内包した確率的オイラー方程式を特定化し、不確実性指標を適切に選択することによって、日本・米国いずれにおいても、両パズルを同時に解決するとともに、経済主体の安定的かつ妥当な構造パラメータを析出可能であることを示している。

5 おわりに

エクイティプレミアム・パズルと安全利子率パズルの問題は過去約30年間における研究において、C-CAPMの実務面での応用の阻害要因となってきた。これは異時点間にわたる消費の動学的最適化問題と、不確実性下の消費行動を考慮する予備的貯蓄の問題が別々のものとして取り扱われてきたことに起因するものと考えられる。

本分析では前記の2つの問題を1つのオイラー方程式の下で統一的に取り扱うことにより、これまで謎とされてきたエクイティプレミアム・パズルと安全利子率パズルの事象を整合的かつ簡易に解決し得ることを示した。そして、このことはCRRA型効用のような標準的かつシンプルな経済モデルがデータを説明する能力を十分に有していることを意味している。

不確実性モデルが両パズルを解決可能であることは、金融資産収益率が家計にとってはマクロ環境要因であり、受動的・間接的な立場でこれに反応する一方、雇用・収入環境において発生する総資産に影響を及ぼす不確実性は家計にとってはより身近なマイクロ環境要因であり、これに対しては能動的・直接的な立場でより敏感に反応しながら消費の最適化行動を行っていることを示唆するものである。

(神戸大学)

投稿受付2015年1月7日、最終稿受理2015年11月22日

[補論A] 不確実性下における個人の期待限界効用関数の導出

まず、個人の t 期における実質消費は不確実性の下で2つの値(C_t^A と C_t^B)のいずれかをそれぞれ50%の確率で取るものと仮定する。この状況下での実質消費の平均値を C_t と置き、時点に関して加法分離可能な瞬時的効用関数を $U(C_t)$ とする。いま、経済諸変数が総資産への影響を通して消費に及ぼす変動幅を $h_t = h(C_t)$ (但し、 $h'(C_t) > 0$) とし、 h_t は C_t から見た C_t^A ・ C_t^B それぞれへの変動幅を表すものとする。このときの個人の C_t における不確実性を考慮した効用は以下のように表される。

$$U^*(C_t) = 0.5U(C_t - h_t) + 0.5U(C_t + h_t) \quad (\text{a-1})$$

ここで、不確実性が生じたことによる C_t における効用水準の低下幅を $\rho(C_t, h_t)$ と置くと、 $\rho(C_t, h_t) = U(C_t) - U^*(C_t)$ および (a-1) 式より以下の式を得る。

$$U(C_t) - \rho(C_t, h_t) = 0.5U(C_t - h_t) + 0.5U(C_t + h_t) \quad (a-2)$$

(a-2) 式の右辺の $U(C_t - h_t)$ および $U(C_t + h_t)$ をそれぞれ 2 次項までテイラー展開したものを再び (a-2) 式へ代入して整理すると、 $\rho(C_t, h_t)$ が以下のように表される。

$$\rho(C_t, h_t) = -0.5U''(C_t)h_t^2 \quad (a-3)$$

いま、効用関数を以下の相対的危険回避度一定 (CRRA) 型に特定する。

$$U(C_t) = C_t^{1-\gamma}/(1-\gamma), \quad \gamma \neq 1, \\ = \ln(C_t), \quad \gamma = 1.$$

但し、 γ は一定の相対的リスク回避度を表すパラメータであり、 $1/\gamma$ は異時点間の代替弾力性を表す。CRRA 型の効用関数の 2 回微分は $-\gamma/C_t^{\gamma+1}$ となるため、これを (a-3) 式に代入すると、 $\rho(C_t, h_t)$ は以下のように表される。

$$\rho(C_t, h_t) = 0.5\gamma C_t^{1-\gamma} (h_t/C_t)^2 \quad (a-4)$$

但し、 $(h_t/C_t)^2$ は t 期における消費の平均値に対する変動幅の割合 (不確実度) の二乗値を表しており、以降はこれを CV_t^2 にて表すものとする。

CRRA 型の効用関数および (a-4) 式を $U^*(C_t) = U(C_t) - \rho(C_t, h_t)$ へ代入して整理すると、不確実性下における個人の期待効用関数は以下のように表される。

$$U^*(C_t) = C_t^{1-\gamma} (1-\gamma)^{-1} [1 - 0.5(\gamma - \gamma^2) CV_t^2] \quad (a-5)$$

不確実性下における個人の期待限界効用関数は (a-5) 式を微分して整理することにより以下のように表される。

$$U^{*'}(C_t) = C_t^{-\gamma} [1 + 0.5(\gamma + \gamma^2) CV_t^2 - \gamma h'(C_t) CV_t] \quad (a-6)$$

[補論 B] 不確実性モデルの 3 変数オイラー方程式のテイラー展開

Mankiw and Zeldes (1991) は (a-7) 式の消費成長率・資産収益率の 2 変数を説明変数とするオイラー方程式へ 2 変数関数のテイラー展開を適用することにより、一定の省略化の下で、エクイティプレミアムと相対的危険回避度および資産収益率・消費成長率間の共分散の関係式を (a-8) 式のように導いている。

$$E[(1+r^i)(1+g^c)^{-\gamma}] = 1 + \rho \quad (a-7)$$

$$E[r^i] - \bar{r} \cong \gamma \text{Cov}(r^i, g^c) \quad (a-8)$$

但し、 $g^c = (C_{t+1}/C_t) - 1$ であり、時間の添字は省略されている。また、 r^i はリスク資産 i の収益率、 \bar{r} は無リスク資産の収益率をそれぞれ表し、 $E[r^i] - \bar{r}$ はエクイティプレミアムを表している。また、 ρ は時間選好率 $((1/\beta) - 1)$ に相当) を表している。

(a-8) 式によれば、従来モデルの相対的危険回避度はエクイティプレミアムを資産収益率・消費成長率間の共分散で除したものと定義される。すなわち、

$$\gamma_{NM}^* \cong (E[r^i] - \bar{r}) / \sigma_{ic} \quad (a-9)$$

但し、 $\sigma_{ic} = \text{Cov}(r^i, g^c)$ である。

また、(a-8) 式の導出に用いられる無リスク資産の関係式は以下のように表される。

$$\bar{r} \cong \rho + \gamma E[g^c] - 0.5(\gamma + \gamma^2) \text{Var}(g^c) \quad (a-10)$$

(a-10) 式へ $\rho=(1/\beta)-1$ を代入し、主観的割引率 β に関して解くと以下の式を得る。

$$\beta \cong 1/(1+E[\bar{r}]-\gamma E[g^C]+0.5(\gamma+\gamma^2)\sigma_c^2) \quad (\text{a-11})$$

但し、 $\sigma_c^2=Var(g^C)$ である。

(a-11) 式へ (a-9) 式により決定された γ_{NM}^* と各変数の平均値、分散・共分散を代入することにより従来モデルの主観的割引率が求められる。

一方、(7)式より不確実性モデルのテイラー展開の対象式は以下のように表される。

$$f(r^i, g^C, g^{eCVSQ}) = (1+r^i)(1+g^C)^{-\gamma}(1+g^{eCVSQ})^{0.5(\gamma+\gamma^2)} \quad (\text{a-12})$$

(a-12) 式について $r^i=g^C=g^{eCVSQ}=0$ 周りで 3 変数関数のテイラー展開を 2 次の項まで行い、別途計算された導関数をそれに代入すると以下の近似式を得る。

$$\begin{aligned} f(r^i, g^C, g^{eCVSQ}) &= 1+r^i-\gamma g^C-\gamma r^i g^C+0.5(\gamma+\gamma^2)(g^C)^2 \\ &+0.5(\gamma+\gamma^2)g^{eCVSQ}+0.25(\gamma+\gamma^2)[0.5(\gamma+\gamma^2)-1](g^{eCVSQ})^2 \\ &-0.5\gamma(\gamma+\gamma^2)g^C g^{eCVSQ}+0.5(\gamma+\gamma^2)r^i g^{eCVSQ} \end{aligned} \quad (\text{a-13})$$

(a-13) 式の結果を (7) 式に代入すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} E[r^i]-\gamma E[g^C]-\gamma\{E[r^i]E[g^C]+Cov(r^i, g^C)\}+0.5(\gamma+\gamma^2)\{(E[g^C])^2+Var(g^C)\} \\ +0.5(\gamma+\gamma^2)E[g^{eCVSQ}] \\ +0.25(\gamma+\gamma^2)\{0.5(\gamma+\gamma^2)-1\}\{(E[g^{eCVSQ}])^2+Var(g^{eCVSQ})\} \\ -0.5\gamma(\gamma+\gamma^2)\{E[g^C]E[g^{eCVSQ}]+Cov(g^C, g^{eCVSQ})\} \\ +0.5(\gamma+\gamma^2)\{E[r^i]E[g^{eCVSQ}]+Cov(r^i, g^{eCVSQ})\} \cong \rho \end{aligned} \quad (\text{a-14})$$

ここで、相対的に値が小さい $E[r^i]E[g^C]$ 、 $(E[g^C])^2$ 、 $(E[g^{eCVSQ}])^2$ 、 $E[g^C]E[g^{eCVSQ}]$ 、 $E[r^i]E[g^{eCVSQ}]$ の各項を無視して 0 と置いた後、 $E[r^i]$ について解くと以下の式を得る。

$$\begin{aligned} E[r^i] &\cong \rho + \gamma E[g^C] + \gamma Cov(r^i, g^C) - 0.5(\gamma+\gamma^2) Var(g^C) \\ &- 0.5(\gamma+\gamma^2) E[g^{eCVSQ}] - 0.25(\gamma+\gamma^2)\{0.5(\gamma+\gamma^2)-1\} Var(g^{eCVSQ}) \\ &+ 0.5\gamma(\gamma+\gamma^2) Cov(g^C, g^{eCVSQ}) - 0.5(\gamma+\gamma^2) Cov(r^i, g^{eCVSQ}) \end{aligned} \quad (\text{a-15})$$

ここで、無リスク資産の収益率は消費成長率および消費の不確実性指標（不確実度）成長率とは無関係に定められることより、 $Cov(r^i, g^C)=0$ および $Cov(r^i, g^{eCVSQ})=0$ を (a-15) 式に代入することにより以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{r} &\cong \rho + \gamma E[g^C] - 0.5(\gamma+\gamma^2) Var(g^C) - 0.5(\gamma+\gamma^2) E[g^{eCVSQ}] \\ &- 0.25(\gamma+\gamma^2)\{0.5(\gamma+\gamma^2)-1\} Var(g^{eCVSQ}) \\ &+ 0.5\gamma(\gamma+\gamma^2) Cov(g^C, g^{eCVSQ}) \end{aligned} \quad (\text{a-16})$$

(a-15) 式より (a-16) 式を引くと、エクイティプレミアムと相対的危険回避度および資産収益率・消費成長率間および消費の不確実性指標（不確実度）成長率間の共分散に関する以下の式を得る。

$$E[r^i]-\bar{r} \cong \gamma Cov(r^i, g^C) - 0.5(\gamma+\gamma^2) Cov(r^i, g^{eCVSQ}) \quad (\text{a-17})$$

[参考文献]

- 祝迫得夫 (2001) 「資産価格モデルの現状——消費と資産価格の関係を巡って」『現代ファイナンス』(9), pp.3-39.
- 岩田一政・下津克己 (1996) 「資産価格と消費——耐久性・習慣性と複数財」『住宅土地経済』1996年春季号.
- 小川一夫 (1991) 「所得リスクと予備的貯蓄」『経済研究』42(2), pp. 139-152.

- 谷川寧彦 (1994) 「消費データを用いた資産価格の実証分析」『岡山大学経済学会雑誌』第25号, pp. 315-332.
- 土居丈朗 (2004) 「貯蓄率関数に基づく予備的貯蓄仮説の実証分析」『経済分析』第174号, pp. 97-176.
- 藤井陽一郎 (2013) 「日本における資産価格決定モデルの実証分析——エクイティプレミアムを指標とした検証」『大阪産業大学経済論集』Vol.14(2), pp. 207-221.
- 堀敬一 (1996) 「日本の資産市場における消費資産価格モデルの再検証」『大阪大学経済学』Vol.45, No. 3-4, pp.76-90.
- 松浦克己 (2004) 「安全資産投資と株式投資——リスク・プレミアム・パズルとマイナスのリスク・プレミアム・パズル」郵政総合研究所, 調査研究, 2004年6月1日.
- Abel A. (1990) "Asset Prices Under Habit Formation and Catching Up With the Jones," *American Economic Review*, 80, pp. 38-42.
- Baba, N. (2000) "Exploring the Role of Money in Asset Pricing in Japan: Monetary Considerations and Stochastic Discount Factors," *Monetary and Economic Studies*, 18, pp.159-198.
- Blanchard, O. J. and N. G. Mankiw (1988) "Consumption: Beyond Certainty Equivalence," *American Economic Review*, 78, 2.
- Caballero, R. (1991) "Earnings Uncertainty and Aggregate Wealth Accumulation," *American Economic Review*, 81, pp. 859-871.
- Campbell, J. Y. and J. H. Cochrane (1995) "By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior," NBER Working Paper, 4995.
- Constantinides, G. M. (1990) "Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle," *Journal of Political Economy*, 98, pp. 519-543.
- Dardanoni, V. (1991) "Precautionary Savings under Income Uncertainty: A Cross-sectional Analysis," *Applied Economics*, 23, pp. 153-160.
- Epstein, L. G. and S. E. Zin (1989) "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework," *Econometrica*, 57(4), pp. 937-969.
- Epstein, L. G. and S. E. Zin (1991) "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis," *Journal of Political Economy*, 99(2), pp. 263-286.
- Hamori, S. (1992) "Test of C-CAPM for Japan: 1980-1988," *Economics Letters*, 38, pp. 67-72.
- Hansen, L. P. and R. Jagannathan (1991) "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies," *Journal of Political Economy*, 99(2), pp.225-262.
- Hansen, L. P. and R. Jagannathan (1997) "Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models," *Journal of Finance*, 52(2), pp.557-590.
- Hansen, L. P. and K. J. Singleton (1982) "Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models," *Econometrica*, 50, pp.1269-1286.
- Kennickell, A. and A. Lusardi (2004) "Disentangling the Importance of the Precautionary Saving Mode," NBER Working Papers, 10888.
- Kimball, M. (1990) "Precautionary Saving in the Small and in the Large," *Econometrica*, 58, pp. 53-73.
- Leland, H. (1968) "Saving and Uncertainty: The Precautionary Demand for Saving," *Quarterly Journal of Economics*, 2, pp.465-473.
- Ludvigson, S. C. (2004) "Consumer Confidence and Consumer Spending," *Journal of Economic Perspectives*, 18, No.2, pp.29-50.
- Mankiw, N. G. and S. P. Zeldes (1991) "The consumption of stockholders and nonstockholders," *Journal of Financial Economics*, 29, pp. 97-112.
- Mehra, R. and E. C. Prescott (1985) "The equity premium: A puzzle," *Journal of monetary Economics*, 15, pp. 145-161.
- Mehra, R. and E. C. Prescott (2003) "The Equity Premium in Retrospect," NBER Working Paper, 9525.
- Mody, A., F. Ohnsorge and D. Sandri (2012) "Precautionary Savings in the Great Recession," IMF Working Paper, WP/12/42.
- Romer, D. (1996) *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill Companies (堀雅博・岩成博夫・南條隆訳 (1998) 『上級マクロ経済学』日本評論社).

- Skinner, J. (1988) "Risky income, life cycle consumption, and precautionary savings," *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 237-255.
- Weil, P. (1989) "The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 24, pp. 401-421.

《SUMMARY》

A NEW SOLUTION TO THE EQUITY PREMIUM PUZZLE AND
THE RISK-FREE RATE PUZZLE: VERIFICATION BASED ON
JAPAN AND US DATA

By HIDEAKI TAMURA and YOICHI MATSUBAYASHI

The problem of the equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle is considered as a problem of the omitted variable bias by trying to explain everything of consumption behavior of household only by the rate of return on assets. Though the C-CAPM under the time separable CRRA type utility function has been rejected in many empirical studies in Japan and the United States, in this paper, we demonstrate that both puzzles can be solved theoretically and empirically even under standard CRRA type utility function by formulating the Euler equation to take into account uncertainty as a new explanatory variable of household consumption.

(Kobe University)